

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος .....	7
----------------	---

## ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

### Κεφάλαιο 1. Εισαγωγικά

1.1 Από το διαφορικό λογισμό .....	11
1.2 Μερικές χρήσιμες ιδιότητες .....	12

### Κεφάλαιο 2. Η έννοια της καμπύλης στη Διαφορική Γεωμετρία

2.1 Παραμετρικές παραστάσεις .....	15
2.2 Η έννοια της καμπύλης .....	19

### Κεφάλαιο 3. Εφαπτομενικό διάνυσμα. Κάθετο επίπεδο. Μήκος καμπύλης. Φυσική παράμετρος. Καμπυλότητα

3.1 Εφαπτομενικό διάνυσμα. Κάθετο επίπεδο .....	31
3.2 Μήκος καμπύλης. Φυσική παράμετρος .....	32
3.3 Ιδιότητες της φυσικής παραμέτρου .....	36

3.4 Γεωμετρικές ιδιότητες καμπύλης .....	39
3.5 Καμπυλότητα .....	40
3.6 Η καμπυλότητα ως προς τυχαία παράμετρο .....	42
3.7 Προσημασμένη καμπυλότητα επιπέδων καμπυλών .....	44
3.8 Ασκήσεις .....	46
Λύσεις - Υποδείξεις .....	50

#### **Κεφάλαιο 4. Συνοδεύον τρίακμο. Στρέψη. Εξισώσεις των παραγώγων**

4.1 Συνοδεύον τρίακμο .....	55
4.2 Το συνοδεύον τρίακμο ως προς τυχαία παράμετρο .....	58
4.3 Στρέψη .....	61
4.4 Εξισώσεις των παραγώγων .....	62
4.5 Στρέψη και εξισώσεις των παραγώγων ως προς τυχαία παράμετρο .....	65
4.6 Ασκήσεις .....	69
Λύσεις - Υποδείξεις .....	75

#### **Κεφάλαιο 5. Κέντρο καμπυλότητας. Πολικός άξονας. Εγγύτατη σφαίρα. Εγγύτατος κύκλος**

5.1 Επαφή καμπύλης και επιφάνειας .....	83
5.2 Επαφή καμπύλης και επιπέδου .....	84
5.3 Επαφή καμπύλης και σφαίρας .....	86
5.4 Ασκήσεις .....	91
Λύσεις - Υποδείξεις .....	93

## **Κεφάλαιο 6. Ειδικές καμπύλες**

6.1 Σφαιρικές καμπύλες .....	97
6.2 Ισοκλινείς καμπύλες .....	99
6.3 Εξειλιγμένες. Ενευλιγμένες .....	102
6.4 Ασκήσεις .....	104
Λύσεις - Υποδείξεις .....	105

## **Κεφάλαιο 7. Θεμελιώδες θεώρημα της Θεωρίας των Καμπυλών**

7.1 Τα θεωρήματα.....	107
7.2 Ασκήσεις .....	114
Λύσεις - Υποδείξεις .....	116

# **ΘΕΩΡΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ**

## **Κεφάλαιο 1. Εισαγωγικά**

1.1 Συμβολισμός του Einstein .....	121
1.2 Οικογένειες καμπυλών στο επίπεδο .....	124

## **Κεφάλαιο 2. Η έννοια της επιφάνειας στη Διαφορική Γεωμετρία**

2.1 Παραμετρικές παραστάσεις .....	128
------------------------------------	-----

2.2 Επιτρεπτοί μετασχηματισμοί των παραμέτρων. Η έννοια της επιφάνειας.....	136
2.3 Γεωμετρικές ιδιότητες επιφάνειας .....	141

**Κεφάλαιο 3. Επιφανειακές καμπύλες. Καθετικό διάνυσμα. Εφαπτόμενο επίπεδο. Ευθειογενείς, εκ περιστροφής, ελικοειδείς επιφάνειες**

3.1 Εφαπτόμενος χώρος. Εφαπτόμενο επίπεδο. Επιφανειακές καμπύλες ...	143
3.2 Καθετικό διάνυσμα. Κάθετη ευθεία .....	145
3.3 Μονοπαραμετρικές οικογένειες καμπυλών .....	146
3.4 Ευθειογενείς επιφάνειες .....	149
3.5 Δίκτυα καμπυλών .....	152
3.6 Επιφάνειες εκ περιστροφής .....	153
3.7 Ελικοειδείς επιφάνειες .....	157
3.8 Ασκήσεις .....	161
Λύσεις - Υποδείξεις .....	163

**Κεφάλαιο 4. Οι τρεις θεμελιώδεις μορφές**

4.1 Μήκος επιφανειακής καμπύλης. Θεμελιώδη ποσά πρώτης τάξης .....	167
4.2 Πρώτη θεμελιώδης μορφή .....	172
4.3 Θεμελιώδη ποσά δεύτερης τάξης. Δεύτερη θεμελιώδης μορφή .....	177
4.4 Η απεικόνιση του Gauss. Τρίτη θεμελιώδης μορφή .....	184

**Κεφάλαιο 5. Γωνία, εμβαδόν. Καμπυλότητα του Gauss. Μέση καμπυλότητα, κυκλικά σημεία, ασυμπτωτικές γραμμές**

5.1 Γωνία επιφανειακών καμπυλών .....	187
5.2 Εμβαδόν επιφάνειας .....	191
5.3 Καμπυλότητα του Gauss. Μέση καμπυλότητα .....	192
5.4 Κυκλικά σημεία .....	194
5.5 Ασυμπτωτικές γραμμές .....	195
5.6 Ασκήσεις .....	203
Λύσεις - Υποδείξεις .....	207

**Κεφάλαιο 6. Σύμβολα του Christoffel. Εξισώσεις των παραγώγων. Συνθήκες ολοκληρωσιμότητας. Theorema Egregium**

6.1 Σύμβολα του Christoffel πρώτου είδους .....	215
6.2 Σύμβολα του Christoffel δευτέρου είδους .....	217
6.3 Ο μεικτός τανυστής καμπυλότητας του Riemann .....	219
6.4 Εξισώσεις των παραγώγων .....	221
6.5 Συνθήκες ολοκληρωσιμότητας .....	228
6.6 Theorema Egregium .....	231
6.7 Ασκήσεις .....	238
Λύσεις - Υποδείξεις .....	240

**Κεφάλαιο 7. Τρίακμο Darboux. Γραμμές καμπυλότητας. Γεωδαισιακές γραμμές**

7.1 Τρίακμο Darboux .....	243
7.2 Μερικά συμπεράσματα για την κάθετη καμπυλότητα .....	246
7.3 Πρωτεύουσες διευθύνσεις και καμπυλότητες. Γραμμές καμπυλότητας .....	249
7.4 Μερικά συμπεράσματα για τη γεωδαισιακή καμπυλότητα. Γεωδαισιακές γραμμές .....	254
7.5 Ασκήσεις .....	258
Λύσεις - Υποδείξεις .....	262
Βιβλιογραφία .....	271
Ευρετήριο .....	273