ΥΔΡΟΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

1.0 ΔΡΑΣΙΣ ΔΕΣΜΗΣ ΥΔΑΤΟΣ, ΥΔΡΟΣΤΡΟΒΙΛΟΙ ΔΡΑΣΕΩΣ

Πρόβλημα 1.1

Οριζοντία δέσμη ύδατος εκτρέπεται κατά 140.0^{o} υπό ακινήτου, κατακορύφως τοποθετημένου, καμπυλευμένου πτερυγίου, ιδέ Σχήμα 1. Κατά την στιγμήν της προσκρούσεως της διαμέτρου 35.0 mm δέσμης του ύδατος επί του πτερυγίου η ταχύτης του ύδατος έχει την τιμήν των 55.0 m/s. Λόγω των αναπτυσσομένων τριβών επί του πτερυγίου η ταχύτης του ύδατος εις την έξοδον εκ του πτερυγίου είναι 5.0% μικροτέρα της αντιστοίχου τιμής εισόδου. Το ανά πάσαν χρονικήν στιγμήν βάρος του ύδατος εις τον υπό του πτερυγίου οριζόμενον χώρον είναι 490.5 N. Ζητείται :α) να υπολογισθή η τιμή της δρώσης δυνάμεως επί του πτερυγίου εάν ληφθούν υπ'όψιν τα φαινόμενα βαρύτητος και β) εις την περίπτωσιν καθ' ην το πτερύγιον κινείται με γραμμικήν ταχύτηταν 10.5 m/s, κατά την διεύθυνσιν της αρχικής δέσμης του ύδατος, να υπολογισθή εκ νέου η νέα τιμή της δρώσης δυνάμεως επί του πτερυγίου κατά την διεύθυνσιν περιστροφής του και κατά συνέπειαν η ισχύς η αναπτυσσομένη υπό του πτερυγίου διά του ύδατος.

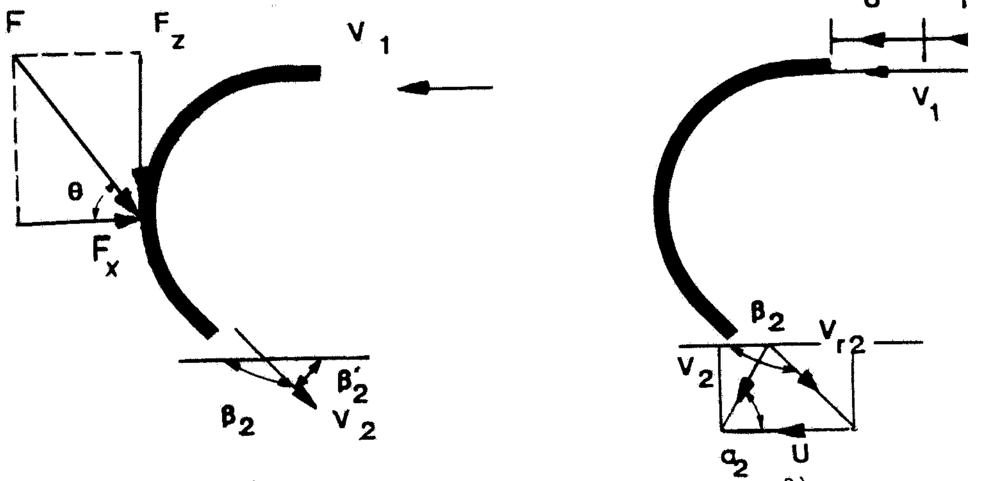
Λύσις

α) Δι' εφαρμογής της θεωρίας της διατηρήσεως της ορμής κατά την x διεύθυνσιν, ιδέ εξίσωσιν 2.16, η δύναμις ήτις εξασκείται επί του ύδατος θα είναι,

$$\Sigma F_x = \rho\ Q\ (V_2\ \text{συν}\beta_2 - V_1)$$

Η γωνία εκτροπής β_2 θεωρείται ότι είναι μεγαλυτέρα των 90.0^{o}. Εις την περίπτωσιν ταύτην ως ΣF_x θεωρείται ότι είναι η συνιστώσα F_x τη[ς] συνισταμένης δυνάμεως F και μόνον. Αλλά η παροχή Q είναι,

$$Q = A\ V_1 = \frac{\pi\ D^2}{4.0} V_1 = \frac{\pi \times 0.035^2}{4.0} \times 55.0 = 0.0529\ m^3/s$$



Σχήμα 1 Δέσμη ύδατος προσκρούουσα επί α) ακινήτου και β) κινητο[ύ] πτερυγίου

Η ταχύτητα V_2 είναι 5.0% μικοτέρα της V_1 άρα,

$$V_2 = (1.0 - 0.05)\ V_1 = 0.95\ V_1 = 0.95 \times 55.0 = 52.25 \text{ m/s}$$

Επομένως,

$$\begin{aligned} F_x &= 1000.0 \times 0.0529 \times (52.25 \times \text{συν}140.0 - 55.0) \\ &= 52.9 \times (-40.026 - 55.0) = -5026.866 \text{ N} = -5.027 \text{ KN} \end{aligned}$$

Δι' εφαρμογής της θεωρίας της διατηρήσεως της ορμής κατά την z διεύθυνσιν, ιδέ εξίσωσιν 2.17, θα είναι,

$$\Sigma F_z = F_z - B = \rho\ Q\ (V_2\ \text{ημ}\beta_2' - V_1\ \text{ημ}0.0)$$

ένθα B το βάρος του ύδατος το οριζόμενον υπό του πτερυγίου. Με θετικόν πρόσημον σημειούται η διεύθυνσις της βαρύτητος. Είναι,

$$\begin{aligned} F_z &= B + \rho\ Q\ (V_2\ \text{ημ}\beta_2' - V_1\ \text{ημ}0.0) = 490.5 + 1000.0 \times 0.0529 \\ &\times (52.25 \times \text{ημ}40.0 - 0.0) = 2267.18 \text{ N} = 2.267 \text{ KN} \end{aligned}$$

Επομένως η συνισταμένη δύναμις F θα είναι,

$$F = (F_x^2 + F_z^2)^{1/2} = (5.027^2 + 2.267^2)^{1/2} = 5.514 \text{ KN}$$

και η γωνία υπό την οποία δρα θα είναι,

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_z}{F_x} = \frac{2.267}{5.027} = 0.4509 \text{ άρα } \theta = 24.27^o$$

Εκ του τρίτου νόμου της κινήσεως του Newton, η δύναμις ήτις εξασκείτα υπό του ύδατος επί του πτερυγίου θα είναι ίση και αντίθετος προς την F

β) Ας θεωρηθή ότι το πτερύγιον κινείται κατά την διεύθυνσιν της αρχική δέσμης του ύδατος με ταχύτηταν U = 10.5 m/s. Η ταχύτης της εισερχομένη δέσμης ύδατος, εν αναφορά προς το κινούμενον πτερύγιον, είναι,

$$V_{r1} = V_1 - U \qquad \text{ιδέ εξίσωσιν 3.5, είναι δηλαδή,}$$

$$V_{r1} = 55.0 - 10.5 = 44.5 \text{ m/s}$$

Εις το Σχήμα 1 δεικνύεται το τρίγωνον εξόδου των ταχυτήτων εκ το πτερυγίου. Δι' εφαρμογής εκ νέου της εξισώσεως 2.16 θα είναι,

$$\Sigma F_x = \rho\ Q\ (V_2\ \sigma\upsilon\nu\alpha_2 - V_1)$$

Εις την περίπτωσιν ταύτην ως ΣF_x θεωρείται ότι είναι μόνον η συνιστώσ F_x της συνισταμένης δυνάμεως F. Αλλά η νέα παροχή Q είναι,

$$Q = A\ (V_1 - U) = \frac{\pi\ D^2}{4.0}(V_1 - U) = \frac{\pi \times 0.035^2}{4.0} \times (55.0 - 10.5) = 0.0428 \text{ m}^3/\text{s}$$

Αλλά εκ του τριγώνου ταχυτήτων εξόδου είναι,

V_2 συνα_2 + V_{r2} συν$(180.0 - \beta_2) = U$ ή

V_2 συν$\alpha_2 = U - V_{r2}$ συν$(180.0 - \beta_2) = U - 0.95\ V_{r1}$ συν$\beta_2 = 10.5 - 0.95 \times 44.5 \times$ συν$(180.0 - 140.0) = -21.88$ m/s

Επομένως, η εξίσωσις της ορμής κατά την x διεύθυνσιν γίνεται,

$F_x = 1000.0 \times 0.0428 \times (-21.88 - 55.0) = -3290.6$ N $= -3.29$ KN

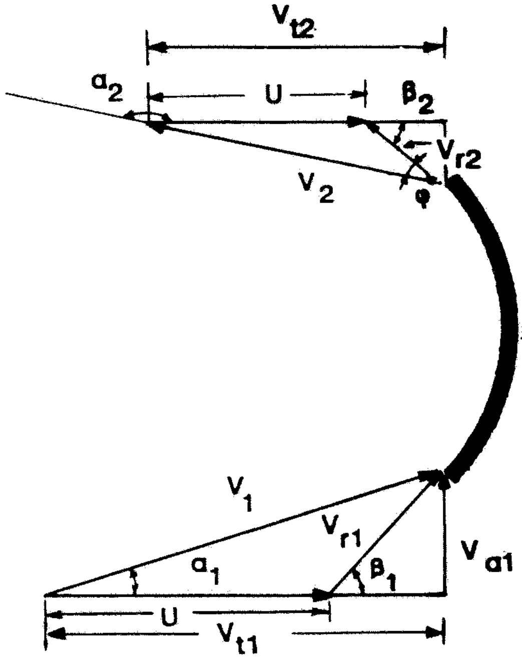
Εκ του τρίτου νόμου της κινήσεως του Newton, η δύναμις ήτις εξασκείται υπό του ύδατος επί του πτερυγίου θα είναι ίση και αντίθετος προς την F_x δηλαδή 3.29 KN. Η αναπτυσσομένη ισχύς θα είναι,

$I = F_x U = 3.29 \times 1000.0 \times 10.5 = 34551.9$ W $= 34.55$ KW

Πρόβλημα 1.2

Δέσμη ύδατος προσκρούει επί καμπύλου κινητού πτερυγίου, ιδέ Σχήμα 2. γωνία προσκρούσεως της δέσμης του ύδατος μετά της διευθύνσεως τι γραμμικής ταχύτητος είναι εις μεν την είσοδον 30.0^{o} εις δε την έξοδι 145.0^{o}. Η γραμμική ταχύτης περιστροφής του πτερυγίου είναι 18.4 m/s κι η ταχύτης της δέσμης προ της προσκρούσεως μετά του πτερυγίου είναι 45 m/s. Ζητείται να υπολογισθούν: α) η γωνία την οποίαν πρέπει σχηματίση το πτερύγιον εις την είσοδον ώστε το ύδωρ να εισέρχετι ομαλώς εντός του πτερυγίου (η σχετική ταχύτης εισόδου να είναι δηλα εφαπτομενική του πτερυγίου), β) το αυτό διά την έξοδον του ύδατος του πτερυγίου και γ) το παραγόμενον έργον (ισχύς) διά παροχήν 0. m^3/s. Να θεωρηθή ότι η σχετική ταχύτης του ύδατος διατηρεί την αυτ τιμήν εκ της εισόδου προς την έξοδον του πτερυγίου.

Λύσις



Σχήμα 2 Δέσμη ύδατος προσκρούουσα επί καμπύλου κινητού πτερυγί

Εις το Σχήμα 2 δεικνύονται τα τρίγωνα λειτουργίας εισόδου και εξόδου του ύδατος επί του κινητού πτερυγίου.

α) Εκ του τριγώνου εισόδου των ταχυτήτων πρέπει, κατά την εκφώνησιν, να είναι,

$$\varepsilon\varphi\beta_1 = \frac{V_{\alpha 1}}{V_{t1} - U} = \frac{V_1\ \eta\mu\alpha_1}{V_1 \sigma\upsilon\nu\alpha_1 - U}$$

διότι $V_{\alpha 1} = V_1\ \eta\mu\alpha_1$ και $V_{t1} = V_1\ \sigma\upsilon\nu\alpha_1$. Επομένως, η ανωτέρω εξίσωσις γίνεται,

$$\varepsilon\varphi\beta_1 = \frac{45.0 \times \eta\mu 30.0}{45.0 \times \sigma\upsilon\nu 30.0 - 18.4} = 1.094$$

άρα η γωνία β_1 είναι 47.57^{o}

β) Εκ του τριγώνου εξόδου των ταχυτήτων πρέπει, κατά την εκφώνησιν, να είναι,

$$\frac{V_{r2}}{\eta\mu(180.0 - 145.0)} = \frac{U}{\eta\mu\varphi}$$

αλλά επίσης εκ της εκφωνήσεως είναι $V_{r2} = V_{r1}$ και εκ του τριγώνου εισόδου,

$$V_{r1} = V_{\alpha 1}\ \sigma\varphi\beta_1 = V_1\ \varepsilon\varphi\alpha_1\ \sigma\varphi\beta_1$$

άρα,

$$V_{r2} = V_{r1} = 45.0 \times \varepsilon\varphi 30.0 \times \sigma\varphi 47.57 = 23.748 \text{ m/s}$$

επομένως,

$$\eta\mu\varphi = \frac{U\ \eta\mu\ 35.0}{V_{r2}} = \frac{18.4 \times 0.5736}{23.748} = 0.444 \qquad \acute{\alpha}\rho\alpha\ \varphi = 26.385^{o}$$

Επομένως η γωνία β_2 θα είναι,

$$(180.0^{o} - 145.0^{o}) + 26.385^{o} = 61.385^{o}$$

γ) Το παραγόμενον έργον (ισχύς) δίδεται εκ της εξισώσεως 2.24 (εάν γωνία β_2 είναι μικροτέρα των 90.0^{o} το πρόσημον της V_{t2} γίνετα αρνητικόν), και είναι,

$$\frac{I}{\rho\ Q} = U_1\ V_{t1} + U_2\ V_{t2} = U\ (V_{t1} + V_{t2}) \text{ διότι } U_1 = U_2 = U$$

Εκ των ανωτέρω είναι,

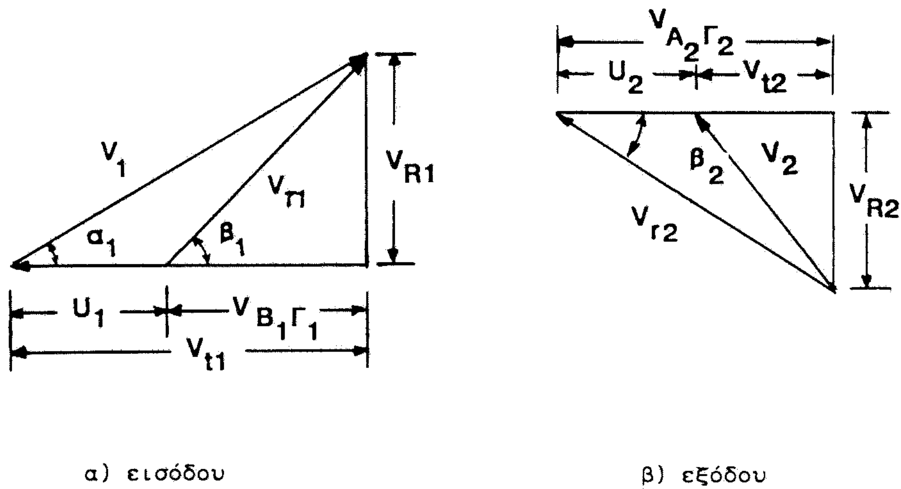
$$V_{t1} = V_1\ \sigma\upsilon\nu\alpha_1 = 45.0 \times \sigma\upsilon\nu 30.0 = 38.971 \text{ m/s}$$ και

$$V_{t2} = V_{r2}\ \sigma\upsilon\nu\beta_2 + U = 23.748 \times \sigma\upsilon\nu 61.385 + 18.4 = 29.773 \text{ m/s}$$ Άρα

$$I = 1000.0 \times 0.25 \times 18.4 \times (38.971 + 29.773) = 316.22 \text{ KW}$$

Πρόβλημα 1.3

Δρομεύς υδροστροβίλου έχει πτερύγια τα οποία κείνται ακτινικώς επ αυτού με εσωτερικάς r_2 και εξωτερικάς r_1 ακτίνας ίσας προς 45.0 cm κα 60.0 cm, αντιστοίχως. Η δέσμη του ύδατος εισέρχεται εις τα πτερύγια ε του εξωτερικού άκρου και η ταχύτης αυτού είναι ίση προς 35.5 m/s, ενώ σχηματιζομένη γωνία μεταξύ του διανύσματος της ταχύτητος και τη εφαπτομενικής διευθύνσεως είναι 35.0^o, ιδέ Σχήμα 3. Το ύδωρ εξέρχετα εκ του εσωτερικού άκρου έχον ακτινικήν ταχύτηταν ίσην προς 9.0 m/s. Εά αι γωνίαι του πτερυγίου, εν αναφορά προς την εφαπτομενικήν διεύθυνσι είναι, 55.0^o εις την είσοδον και 25.0^o εις την έξοδον, να υπολογισθούν α) το παραγόμενον έργον διά παροχήν ίσην προς 1.2 m^3/s, β) η ταχύτη περιστροφής του δρομέως και γ) η απόδοσις λειτουργίας αυτού.



Σχήμα 3 Τρίγωνα ταχυτήτων εισόδου και εξόδου

Λύσις

α) Τα τρίγωνα των ταχυτήτων της εισόδου και της εξόδου δεικνύονται ει το Σχήμα 3. Εκ του τριγώνου των ταχυτήτων της εισόδου προκύπτει ότι,

$$V_{R1} = V_1 \ \eta\mu\alpha_1 = 35.5 \times \eta\mu 35.0 = 20.36 \ m/s$$

Η εφαπτομενική ταχύτης V_{t1} είναι,

$$V_{t1} = V_1 \ \sigma\upsilon\nu\alpha_1 = 35.5 \times \sigma\upsilon\nu 35.0 = 29.08 \ m/s$$

Η ταχύτης $V_{B_1\Gamma_1}$ είναι,

$$V_{B_1\Gamma_1} = V_{R1} \ \sigma\varphi\beta_1 = 20.36 \times \sigma\varphi 55.0 = 14.256 \ m/s$$

Επομένως η γραμμική ταχύτης εισόδου θα είναι,

$$U_1 = V_{t1} - V_{B_1\Gamma_1} = 29.08 - 14.256 = 14.823 \ m/s$$

Ισχύει ότι,

$U_1 = \omega \ r_1$ και $U_2 = \omega \ r_2$ άρα,

$$U_2 = U_1 \frac{r_2}{r_1} = 14.823 \times \frac{45.0}{60.0} = 11.117 \text{ m/s}$$

Εκ του τριγώνου των ταχυτήτων εξόδου θα είναι,

$$V_{A_2\Gamma_2} = V_{R2}\ \sigma\varphi\beta_2 = 9.0 \times \sigma\varphi 25.0 = 19.3 \text{ m/s}$$

Επομένως,

$$V_{t2} = V_{A_2\Gamma_2} - U_2 = 19.3 - 11.117 = 8.183 \text{ m/s}$$

Εκ της εξισώσεως 2.24 θα είναι (εάν η γωνία β_2 είναι μικροτέρα των 90.0^{o} το πρόσημον της V_{t2} γίνεται αρνητικόν),

$$\begin{aligned} I &= \rho\ Q\ (U_1\ V_{t1} + U_2\ V_{t2}) \\ &= 1000.0 \times 1.2 \times (14.823 \times 29.08 + 11.117 \times 8.183) \\ &= 626427.9 \text{ W} = 626.4 \text{ KW} \end{aligned}$$

β) **Η** γωνιακή ταχύτης του δρομέως ω είναι,

$$\omega = \frac{U_1}{r_1} = \frac{14.823}{0.6} = 24.705 \text{ ακτίνια ανά δευτερόλεπτον.}$$

γ) **Η** διαθέσιμος ισχύς του ύδατος πριν την πρόσκρουσίν του επί των πτερυγίων υπολογίζεται ως,

<u>ΥΔΡΟΣΤΡΟΒΙΛΟΙ</u>

$$\frac{1}{2}\,\rho\,Q\,V_1^2 = \frac{1}{2} \times 1000.0 \times 1.2 \times 35.5^2 = 756150.0\ W = 756.15\ KW$$

επομένως, η απόδοσις λειτουργίας είναι,

$$n = \frac{\text{αποδιδόμενον έργον}}{\text{προσδιδόμενον έργον}} = \frac{626427.9}{756150.0} = 0.828 = 82.8\ \%$$

Πρόβλημα 1.4

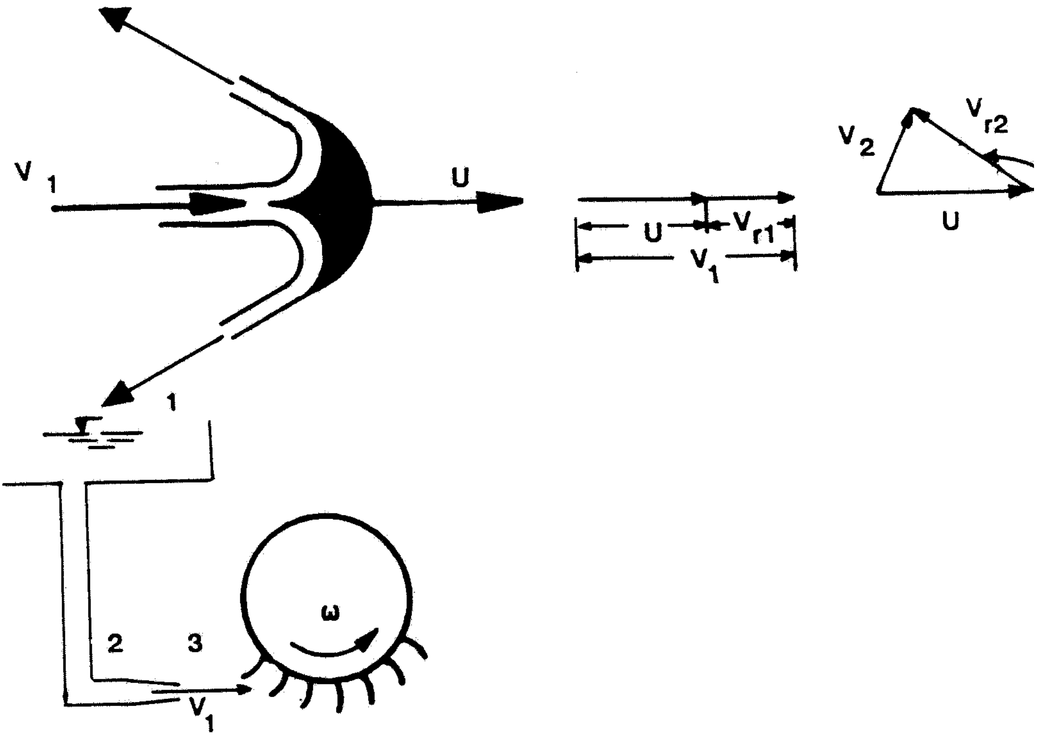
Υδροστρόβιλος τύπου Pelton ευρίσκεται τοποθετημένος εις ύψος 615.0 m, μετρούμενον εκ της ελευθέρας επιφανείας του ανάντη ταμιευτήρος. Ο αγωγός προσαγωγής έχει εσωτερικήν διάμετρον 500.0 mm και ολικόν μήκος 2460.0 m, ενώ ο συντελεστής τριβής f της ροής δύναται να θεωρηθή ότι είναι ίσος προς 0.02. Ο συντελεστής ταχύτητος C_v του ακροφυσίου λαμβάνει την τιμήν 0.94 και η διάμετρος της δέσμης εκροής είναι ίση προς 180.0 mm. Με τας παραδοχάς ότι η σχετική ταχύτης εξόδου της ροής εκ των σκαφιδίων είναι 17.5 % μικροτέρα της αντιστοίχου τιμής εισόδου, η γραμμική ταχύτης των σκαφιδίων είναι 45.0 m/s, και η γωνία εκτροπής του ύδατος είναι ίση προς 165.0^o να υπολογισθούν : α) η παροχή η διερχομένη διά του υδροστροβίλου και β) η αποδιδομένη ισχύς. Η επιτάχυνσις της βαρύτητος να ληφθή ίση προς 9.81 m/s^2 και η πυκνότης του ύδατος να ληφθή ίση προς 1000.0 Kg/m^3. Αι απώλειαι τριβής εις αγωγούς κυκλικής διατομής δίδονται εκ της εξισώσεως, $h_f = f\ L/D\ V^2/2g$.

Λύσις

α) Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ της ελευθέρας επιφανείας του ταμιευτήρος, ιδέ Σχήμα 4 σημείον 1, και σημείου τινός 2 αμέσως ανάντη του ακροφυσίου δίδει,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{f1-2}$$ Αλλά,

$\frac{p_1}{\rho g} = 0.0$ m, $V_1 = 0.0$ m/s, $z_1 = 615.0$ m, και $z_2 = 0.0$ m, ενώ,



Σχήμα 4 Διάταξις υδροστροβίλου Pelton και τρίγωνα λειτουργίας

$$h_{f1-2} = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V_2^2}{2g} = 0.02 \times \frac{2460.0}{0.5} \times \frac{V_2^2}{2g} = 5.015 \times V_2^2$$

επομένως η ενεργειακή εξίσωσις μεταξύ των σημείων 1 και 2 γράφεται,

$$615.0 = \frac{V_2^2}{2g} + 5.015\ V_2^2 + \frac{p_2}{\rho g}$$

Μεταξύ των σημείου 2 και του σημείου 3, το οποίον ευρίσκεται εις την έξοδον εκ του ακροφυσίου, η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως δίδει,

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 + h_{f2-3}$$

Αλλά $z_2 = z_3$, $p_3/\rho g = 0.0$ m και $h_{f2-3} = 0.0$ m άρα,

$$V_3 = [2.0\ g\ (\frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g})]^{1/2}$$

και λόγω πραγματικής ροής ο συντελεστής ταχύτητος C_v του ακροφυσίου λαμβάνει την τιμήν 0.94 επομένως η ταχύτης V_3 είναι,

$$V_3 = C_v\ [2.0\ g\ (\frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g})]^{1/2}$$

Η εντός παρενθέσεως ποσότης είναι, ιδέ την ανωτέρω αναπτυχθείσαν ενεργειακήν εξίσωσιν μεταξύ των σημείων 1 και 2,

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} = 615.0 - 5.015\ V_2^2 \qquad \text{άρα,}$$

$$V_3 = C_v\ [2.0\ g\ (615.0 - 5.015\ V_2^2)]^{1/2}$$

$$= 0.94 \times [2.0 \times 9.81 \times (615.0 - 5.015\ V_2^2)]^{1/2}$$

Εκ της εξισώσεως της συνεχείας της μάζης μεταξύ των σημείων 2 και είναι,

$$Q = A_2\ V_2 = A_3\ V_3 \qquad \text{άρα,}$$

$$\frac{\pi\ D_2^2}{4.0}\ V_2 = \frac{\pi\ D_3^2}{4.0}\ V_3 \qquad \text{επομένως,}$$

$$V_2 = (\frac{D_3}{D_2})^2\ V_3 = (\frac{0.180}{0.500})^2 \times V_3 = 0.1296 \times V_3 \qquad \text{άρα,}$$

$$V_3 = 0.94 \times [2.0 \times 9.81 \times (615.0 - 5.015 \times 0.1296^2 \times V_3^2)]^{1/2}$$

$$= 0.94 \times [19.62 \times (615.0 - 0.0842 \times V_3^2)]^{1/2} \qquad \text{ή}$$

$$V_3 = 65.837\ \mathrm{m/s}$$

άρα η παροχή θα είναι,

$$Q = A_3\ V_3 = \frac{3.14 \times 0.18^2}{4.0} \times 65.837 = 1.675\ \mathrm{m^3/s}$$

β) Εκ της εξισώσεως 3.8 θα είναι, (οι δείκται 1 και 2 έχουν τώρα τ έννοια εισόδου και εξόδου της ροής εκ των σκαφιδίων του δρομέως)

$$I = \rho\ Q\ U\ (V_{r1} - V_{r2}\ \text{συν}\beta_2)$$

Η παροχή Q ισούται προς 1.675 m^3/s, η γραμμική ταχύτης U = 45.0 m/s και η πυκνότης ρ = 1000.0 Kg/m^3. Η ταχύτης V_{r2} είναι,

$$V_{r2} = (1.0 - 0.175)\ V_{r1} \qquad \text{άρα,}$$

$$I = \rho\ Q\ U\ [V_{r1} - (1.0 - 0.175)\ V_{r1}\ \text{συν}\beta_2]$$
$$= \rho\ Q\ U\ V_{r1}\ (1.0 - 0.825\ \text{συν}\beta_2)$$

και επειδή $V_{r1} = V_1 - U = 65.837 - 45.0 = 20.837$ m/s και $\beta_2 = 165.0^o$ άρα,

$$I = 1000.0 \times 1.675 \times 45.0 \times 20.837 \times (1.0 - 0.825 \times \text{συν}165.0)$$
$$= 2822.17\ KW = 2.82\ MW$$

Πρόβλημα 1.5

Υδροστρόβιλος δράσεως λειτουργεί υπό καθαρόν ύψος πτώσεως, H_n = 835. m, και αποτελείται εξ ενός ακροφυσίου ενώ η αναπτυσσομένη ισχύς το δρομέως I_R ισούται 18.0 MW. Η ειδική ταχύτης n_s του υδροστροβίλο ισούται προς 18.5 και η ολική απόδοσις είναι ίση προς 86.3%. Να θεωρηθ ότι ο συντελεστής ταχύτητος C_v ισούται προς 0.97 και ότι ο λόγος Φ ($\frac{U}{V_1}$) της ταχύτητος των σκαφιδίων προς την ταχύτηταν της προσπιπτούση δέσμης είναι 0.46. Ζητείται να υπολογισθούν: α) η διάμετρος του δρομέω του υδροστροβίλου και β) η διάμετρος της δέσμης του ύδατος.

Λύσις

α) Η ειδική ταχύτης n_s δίδεται εκ της εξισώσεως 3.34 και είναι,

$$n_s = \frac{N\ I_R^{1/2}}{H_n^{5/4}}$$

ένθα n_s = 18.5, I_R = 18000.0 KW, και H_n = 835.0 m. Επομένως, η περιστροφική ταχύτης N είναι,

$$N = \frac{n_s\ H_n^{5/4}}{I_R^{1/2}} = \frac{18.5 \times 835.0^{5/4}}{18000.0^{1/2}} = 618.9 \text{ στροφαί ανά λεπτόν}$$

Η θεωρητική ταχύτης της δέσμης είναι,

$$V = (2.0\ g\ H\ )^{1/2}$$

και η πραγματική ταχύτης της δέσμης είναι, ιδέ εξίσωσιν 3.22,

$$V_1 = C_v \ (2.0 \ g \ H_n)^{1/2} = 0.97 \times (2.0 \times 9.81 \times 835.0)^{1/2} = 124.155 \ m/s$$

Επομένως η ταχύτης των σκαφιδίων του δρομέως θα είναι,

$$\Phi = \frac{U}{V_1}$$ άρα,

$$U = \Phi \ V_1 = 0.46 \times 124.155 = 57.11 \ m/s$$

Εκ της εξισώσεως 3.4 είναι,

$$U = \frac{2.0 \ \pi \ N \ r}{60.0} = \frac{\pi \ N \ D}{60.0}$$ άρα

$$D = \frac{60.0 \ U}{\pi \ N} = \frac{60.0 \times 57.11}{3.14 \times 618.9} = 1.763 \ m$$

β) Εκ της εξισώσεως 3.28 είναι,

$$r_o = \left[\frac{I_R}{\eta \ \rho \ g \ \pi \ (2.0 \ g)^{1/2} \ H_n^{3/2} \ j}\right]^{1/2}$$

ένθα r_o η ακτίς της δέσμης, j (= 1) ο αριθμός των ακροφυσίων του δρομέως και η (= 86.3%) η ολική απόδοσις. Επομένως,

$$r_o = \left[\frac{18000000.0}{0.863 \times 1000.0 \times 9.81 \times 3.14 \times (2.0 \times 9.81)^{1/2} \times 835.0^{3/2} \times 1}\right]^{1/}$$

$= 0.0795$ m

και ως εκ τούτου η διάμετρος της δέσμης θα είναι $2.0\ r_o = 2.0 \times 0.079$
$= 0.1592$ m $= 15.92$ cm.

Πρόβλημα 1.6

Υδροστρόβιλος δράσεως αναπτύσσει 15500.0 KW όταν το καθαρόν ύψος πτώσεως είναι 345.5 m. Η αναπτυσσομένη ισχύς αναφέρεται εις 450.0 στροφάς ανά λεπτόν της ώρας. Ζητείται να υπολογισθούν: α) η μοναδιαία ισχύς, β) η μοναδιαία ταχύτης περιστροφής του δρομέως, γ) η ταχύτης περιστροφής και η αναπτυσσομένη ισχύς όταν το καθαρόν ύψος πτώσεως λάβη την τιμήν των 215.0 m και δ) η επί τοις εκατόν αύξησις της ταχύτητος περιστροφής όταν το ύψος πτώσεως λάβη την τιμήν 380.0 m.

Λύσις

α) Η μοναδιαία ισχύς του υδροστροβίλου δίδεται εκ της εξισώσεως 3.46 και εκφράζει την ισχύν η οποία αναπτύσσεται υπό ενός υποθετικού παρομοίου υδροστροβίλου λειτουργούντος υπό ύψος πτώσεως ενός μέτρου. Είναι,

$$I_{R_u} = \frac{I_R}{H_n^{3/2}} = \frac{15500.0}{345.5^{3/2}} = 2.41$$

β) Η μοναδιαία ταχύτης περιστροφής δίδεται εκ της εξισώσεως 3.48 και είναι,

$$N_u = \frac{N}{H_n^{1/2}} = \frac{450.0}{345.5^{1/2}} = 24.209$$

γ) Η εξίσωσις 3.54 δίδει την τιμήν της νέας περιστροφικής ταχύτητος όταν το καθαρόν ύψος πτώσεως H_{n_1} λάβη την νέαν τιμήν των 215.0 m.

Είναι,

$$N_1 = N \left(\frac{H_{n_1}}{H_n}\right)^{1/2} = 450.0 \times \left(\frac{215.0}{345.5}\right)^{1/2} = 354.98 \text{ στροφαί ανά λεπτόν}$$

Η αναπτυσσομένη ισχύς δίδεται εκ της εξισώσεως 3.53 και είναι,

$$I_{R_1} = I_R \left(\frac{H_{n_1}}{H_n}\right)^{3/2} = 15500.0 \times \left(\frac{215.0}{345.5}\right)^{3/2} = 7608.8 \text{ KW}$$

δ) Η επι τοις εκατόν αύξησις της ταχύτητος περιστροφής του δρομέω όταν το νέον ύψος πτώσεως λάβη την τιμήν των 380.0 m (εκ της αρχικ των 345.5 m) είναι,

$$N_1 = N \left(\frac{H_{n_1}}{H_n}\right)^{1/2} = 450.0 \times \left(\frac{380.0}{345.5}\right)^{1/2} = 471.93 \text{ στροφαί ανά λεπτόν}$$

άρα,

$$\frac{471.93 - 450.0}{450.0} \times 100.0 = 4.873 \ \%$$

Πρόβλημα 1.7

Η διοίκησις υδροηλεκτρικής επιχειρήσεως έχει λάβει την απόφασιν να θέση εις λειτουργίαν μονάδας Pelton του ενός ακροφυσίου με ειδικήν ταχύτηταν n_s μη - υπερβαίνουσαν του αριθμού των 35.0 προκειμένου να αξιοποιήση υπάρχουσαν υδατόπτωσιν ύψους πτώσεως 350.0 m. Το ύδωρ πρέπει να μεταφερθή διά τριών (3) αγωγών κυκλικής διατομής καθείς εκ των οποίων έχει μήκος 3800.0 m. Αι απώλειαι φορτίου κατά την μεταφοράν του ύδατος διά των αγωγών προσαγωγής έχει προγραμματισθή να είναι 35.0 m. Η αποδιδομένη ισχύς υπό του δρομέως προς τον άξοναν περιστροφής έχει υπολογισθή να είναι 22500.0 KW. Ο λόγος Φ $(= \frac{U}{V_1})$ πρέπει να ισούται προς 0.46 και η ταχύτης περιστροφής του δρομέως πρέπει να είναι ίση προς 500.0 στροφάς ανά λεπτόν. Να θεωρηθή ότι η υδραυλική απόδοσις του δρομέως είναι 0.81, ότι τα ακροφύσια λειτουργούν υπό συντελεστάς παροχής C_d = 0.88 και C_v = 0.96 και ότι ο συντελεστής τριβής f, των αγωγών προσαγωγής, ισούται προς 0.02. Ζητείται να υπολογισθούν : α) ο αριθμός των δρομέων Pelton ο οποίος πρόκειται να χρησιμοποιηθή, β) η διάμετρος του δρομέως, γ) η διάμετρος της δέσμης του ύδατος και δ) η διάμετρος των αγωγών προσαγωγής.

Λύσις

α) Το καθαρόν ύψος πτώσεως ευρίσκεται εάν εκ του ολικώς διαθεσίμου ύψους πτώσεως αφαιρεθούν αι απώλειαι τριβής. Είναι,

$$H_n = H_{ολ} - h_f$$

ένθα $H_{ολ}$ = 350.0 m το ολικόν φορτίον και h_f = 35.0 m αι απώλειαι φορτίου. 'Αρα,

ΥΔΡΟΣΤΡΟΒΙΛΟΙ

$H_n = 350.0 - 35.0 = 315.0$ m

Ο αριθμός των μηχανών N_o πρέπει να είναι,

$$N_o = \frac{22500.0}{I_R}$$

ένθα I_R η ισχύς της μιάς μηχανής. Εκ της εκφωνήσεως του προβλήματο είναι,

$$n_s = \frac{N\ I_R^{1/2}}{H_n^{5/4}} = \frac{500.0 \times I_R^{1/2}}{315.0^{5/4}} = 35.0 \qquad \text{άρα,}$$

$I_R = 8629.2$ KW επομένως,

$$N_o = \frac{22500.0}{8629.2} = 2.607 \qquad \text{έστω 3 μηχανάς}$$

β) Η ταχύτης της δέσμης του ύδατος είναι,

$$V_1 = C_v\ (2.0\ g\ H_n)^{1/2} = 0.96 \times (2.0 \times 9.81 \times 315.0)^{1/2} = 75.47 \text{ m/s}$$

Η ταχύτης των σκαφιδίων είναι,

$U = \Phi\ V_1 = 0.46 \times 75.47 = 34.716$ m/s, και επειδή,

$U = \dfrac{\pi\ D\ N}{60.0}$ συνεπάγεται ότι,

$$D = \frac{60.0\ U}{\pi\ N} = \frac{60.0 \times 34.716}{3.14 \times 500.0} = 1.326 \text{ m}$$

γ) Εφ' όσον η αποδιδομένη ισχύς του δρομέως εις τον άξονα περιστροφής είναι 22500.0 KW και επειδή η υδραυλική απόδοσις λειτουργίας είναι 0.81 θα πρέπη η ισχύς η λαμβανομένη εις τα ακροφύσια να είναι,

$$\frac{22500.0}{0.81} = 27777.8 \text{ KW}$$

και επειδή υπάρχουν 3 δρομείς έκαστος με έν ακροφύσιον η ισχύς καθενός ακροφυσίου θα πρέπη να είναι,

$$\frac{27777.8}{3} = 9259.25 \text{ KW}$$

Η ισχύς όμως αύτη είναι αποτέλεσμα της ροής του ύδατος υπό καθαρόν ύψος πτώσεως 315.0 m. 'Αρα,

$I = \rho\ g\ Q\ H_n$ δηλαδή,

$9259.25 \times 1000.0 = 1000.0 \times 9.81 \times Q \times 315.0$ άρα,

$Q = 2.996\ m^3/s$

Αλλά η παροχή και η διάμετρος D_o της δέσμης του ύδατος συνδέονται μ τας ακολούθους σχέσεις,

$$Q = A_o\ V_1 = \frac{\pi\ D_o^2}{4.0}\ C_d\ (2.0\ g\ H_n)^{1/2} \qquad \text{άρα,}$$

$$D_o = [\frac{4.0\ Q}{\pi\ C_d\ (2.0\ g\ H_n)^{1/2}}]^{1/2}$$

$$= [\frac{4.0 \times 2.996}{3.14 \times 0.88 \times (2.0 \times 9.81 \times 315.0)^{1/2}}]^{1/2}$$

$$= 0.2348\ m$$

δ) Η ολική παροχή η απαιτουμένη διά την λειτουργίαν της μονάδος οποία αποτελείται εκ τριών δρομέων Pelton έκαστος με έν ακροφύσιο είναι,

$$Q_{ολ} = 3\ Q = 3 \times 2.996 = 8.988\ m^3/s$$

Επειδή δε απαιτούνται τρείς αγωγοί προσαγωγής του ύδατος, κάθε αγωγό πρέπει να μεταφέρη το έν τρίτον της ολικής παροχής, δηλαδή 8.988/3 2.996 m^3/s. 'Αρα η ταχύτης του ύδατος εντός των κυκλικής διατομή αγωγών προσαγωγής θα είναι $V = Q/(\pi\ D^2/4.0)$. Επομένως, εκ της εξισώσεω 2.40, του υπολογισμού των απωλειών φορτίου h_f, είναι,

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{f\ L\ Q^2}{D\ 2g\ (\pi\ D^2/4.0)^2}$$ άρα,

$$D = [\frac{f\ L\ Q^2}{h_f\ 2g\ (\pi/4.0)^2}]^{1/5} = [\frac{0.02 \times 3800.0 \times 2.996^2}{35.0 \times 2.0 \times 9.81 \times (3.14/4.0)^2}]^{1/5} = 1.1\ m$$

Πρόβλημα 1.8

Μονάς υδροστροβίλου Pelton αποτελείται εκ δύο δρομέων οι οποί συνδέονται διά κοινού άξονος προς γεννήτριαν παραγωγής ηλεκτρικ ρεύματος. Το καθαρόν ύψος πτώσεως H_n είναι 350.0 m και αναφέρεται ε την έξοδον της ροής εκ των ακροφυσίων. Η γεννήτρια η οποία πρόκειται λειτουργήση με τους υδροστροβίλους πρέπει να έχη ισχύν ίσην πρ 55000.0 KW. Η απόδοσις λειτουργίας της γεννητρίας είναι ίση προς 0.96 ενώ η απόδοσις λειτουργίας του δρομέως Pelton είναι 0.823. συντελεστής ταχύτητος της δέσμης είναι 0.98, ο συντελεστής ταχύτητος είναι ίσος προς 0.46 και ο λόγος της διαμέτρου του δρομέως προς τ διάμετρον της δέσμης του ύδατος είναι 9.0. Ζητείται να υπολογισθούν α) η διάμετρος της δέσμης του ύδατος, β) η διάμετρος του δρομέως και η σύγχρονος ταχύτης περιστροφής.

Λύσις

α) Η ισχύς των δρομέων Pelton πρέπει να είναι,

$$\frac{55000.0}{0.965} = 56994.8 \text{ KW}$$

επομένως, η ισχύς εκάστου δρομέως πρέπει να είναι,

$$\frac{56994.8}{2} = 28497.4 \text{ KW}$$

Διά να αναπτυχθή η ανωτέρω ισχύς ο δρομεύς πρέπει να εφοδιασθή με ύδ συνολικής ισχύος,